



Direction des ressources humaines
Sous-direction des compétences
Bureau de la formation

**TEST POUR LE FINANCEMENT DE LA PREPARATION
AU CONCOURS INTERNE D'ELEVE INGENIEUR A L'EIVP
RENTREE SEPTEMBRE 2025**

Lundi 26 mai 2025

Épreuve de Mathématiques
Durée de l'épreuve : **3h00**
Épreuve notée sur 20

Vous ne devrez composer que sur les copies spécialement fournies.

**Du papier brouillon est à votre disposition. Son usage vous est personnel.
Aucun brouillon ne pourra être remis en fin d'épreuve en lieu et place
d'une copie.**

Exercice 1

Considérons la fonction donnée par :

$$f : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$$

$$z \mapsto \frac{z}{z + \bar{z} - 1}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Calculer $(f \circ f)(z)$
3. Quel est l'antécédent de $-i$ par f ?
4. Résoudre l'équation $f(z) = z$

Exercice 2

Soit F la fonction vérifiant :

$$\begin{cases} F(0) = 0 \\ \forall x \in \mathbb{R}, \quad F'(x) = \frac{1}{1+x^2} \end{cases}$$

1. Démontrer que F est impaire.
2. Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $G(x) = F(x) + F\left(\frac{1}{x}\right)$
Déterminer la dérivée de G . En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} G(x) = 2F(1)$
3. Soit H la fonction définie, sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, par : $H(t) = F(\tan t)$.
Calculer $H'(t)$. En déduire $H(t)$.

Exercice 3

On considère la fonction rationnelle f définie sur $D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{2}{3}, 1\right\}$ par :

$$f(x) = \frac{8 - 10x}{(x-1)(2-3x)}$$

1. Déterminer les réels a et b tels que, pour tout $x \in D_f$, on ait :

$$f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{2-3x}$$

2. Déterminer la valeur de $I = \int_2^3 f(x) dx$.

Exercice 4

Un sac contient 10 objets : n noirs et les autres blancs ($2 \leq n \leq 10$).

On extrait simultanément deux objets du sac. (les tirages sont supposés équiprobables).

1. Déterminer les probabilités suivantes :

i) p_1 : la probabilité d'obtenir 2 objets de couleurs différentes.

ii) p_2 : la probabilité d'obtenir 2 objets noirs.

iii) p_3 : la probabilité d'obtenir 2 objets blancs.

2. Déterminer n pour que p_3 soit égale à $\frac{7}{15}$.
