Durée : 3 heures

TEST 2023

Exercice 1

Soit $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ un repère orthonormal du plan complexe $\mathbb{C}$.
A tout point M d'affixe z du plan, on associe le point M' d'affixe z' définie par :

$$z' = z^2 + 4z + 3$$

1. Un point M est dit invariant lorsqu'il est confondu avec le point M' associé. Démontrer qu'il existe deux points invariants. Donner l'affixe de chacun des points sous forme algébrique, puis sous forme exponentielle.

2. Soit A le point d'affixe $\dfrac{-3-i\sqrt{3}}{2}$ et B le point d'affixe $\dfrac{-3+i\sqrt{3}}{2}$. Montrer que OAB est un triangle équilatéral.

3. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M d'affixe $z = x + iy$ où x et y sont des réels, tels que le point M' associé soit sur l'axe des réels.

4. Dans le plan complexe, représenter les points A, B et l'ensemble $\mathcal{E}$.

Exercice 2

Soit la fonction, de la variable réelle, définie sur l'intervalle $[-4, 4]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2+1}{x^2-4}$$

On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative sur l'intervalle $[-4, 4]$ dans un repère orthonormé $(\mathcal{O}, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$.

1. Préciser le domaine de définition de f et étudier la parité de f.

2. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[-4, 4]$.

3. Écrire l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse $x_0 = 3$.

4. Tracer, sommairement, la courbe $(\mathcal{C})$ et la tangente (T).

Exercice 3

On joue avec un dé truqué à 6 faces. On lance une fois ce dé. On sait que :

- La probabilité d'obtenir 1,2,3,4 ou 5 est la même.
- La probabilité d'obtenir un 6 est égale à $\dfrac{1}{2}$.

1. Soit A l'évènement "obtenir un nombre inférieur ou égal à 5". Déterminer $p(A)$.

2. Soit B l'évènement " obtenir le nombre 1". Déterminer $p(B)$.

3. Soit C l'évènement "obtenir un nombre pair". Déterminer $p(C)$.
En déduire la probabilité d'obtenir un nombre impair.